

Initiation aux Subdivisions de Surfaces

1. Les subdivisions de surfaces en modélisation

Il existe deux grandes catégories de méthodes de manipulation de surfaces en modélisation géométrique :

- la famille des **splines** : dont vous connaissez le pendant 2D, intégré dans 3DTurbo, et qui permet de décrire une courbe (ou par extension une surface en 3D) par des points de passage et des points de manipulation de la courbure,
- la famille des **subdivisions de surfaces** : qui génèrent une surface par «assouplissements» successifs d'un maillage de facettes.

Nous avons choisi la seconde famille des **subdivisions de surfaces**, essentiellement pour sept raisons :

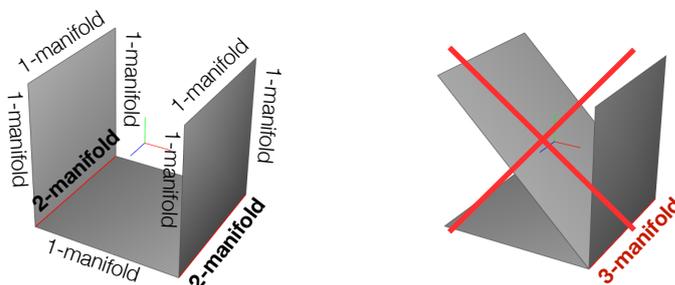
- Les subdivisions de surfaces sont très simples à mettre en oeuvre. Si vous disposez d'un **maillage 2-manifold** (voir définition au [chapitre 2.1](#)), vous obtiendrez une surface.
- Les subdivisions de surfaces sont compatibles avec pratiquement tous les maillages (2-manifolds) que vous aviez préalablement construits, et elles vous permettent de lisser vos réalisations antérieures sans (trop) vous préoccuper d'aspects topologiques complexes.
- Elles permettent d'éviter élégamment certains des plus gros écueils des splines : aboutements de surfaces délicats, trous, surfaces triangulaires, gestion complexe de la tension.
- Elles sont parfaitement compatibles avec les opérateurs booléens BREP
- Les notions d'**angularité** et de **tension** ([chapitre 4](#)) permettent de contrôler certains aspects de courbure des surfaces, les *points de passage* et les *dimensions étant conditionnés par la forme de la cage* ([chapitre 3](#)).
- Elles sont parfaitement adaptées à l'impression 3D, technologie aujourd'hui émergente, mais promise à un bel avenir, car elle met à la disposition de tous un moyen de créer des maquettes ou des objets réels dans toutes sortes de matériaux, à des coûts abordables.
- Elles sont immédiatement utilisables en synthèse d'images.

2. Maillage

Un maillage est un réseau de surfaces planes connectées entre elles au niveau de leurs arêtes.

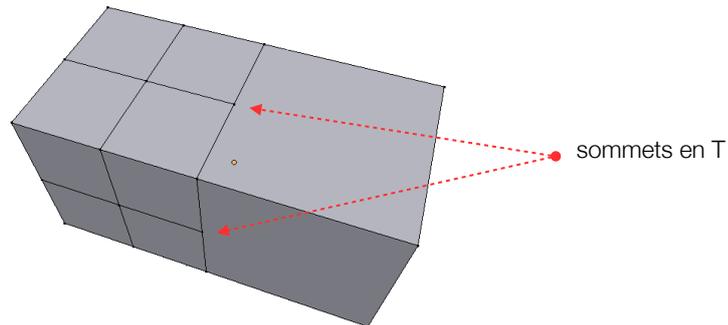
2.1. Maillage 2-manifold

Un maillage est dit n-manifold, quand en une arête, sont connectées au maximum n surfaces planes. Un **maillage 2-manifold** est donc un réseau de surfaces pour lesquelles les arêtes sont la frontière d'au maximum 2 surfaces planes :



2.2. Sommets en T

Lors de la constitution ou de la manipulation de vos maillages, il y a quelques écueils à éviter. Vous devez par exemple éviter les facettes dégénérées, c'est à dire dont 2 sommets au moins sont de mêmes coordonnées et éviter les surfaces trop complexes (ré-entrantes ou dont les arêtes se croisent). Parmi les principaux défauts à éradiquer, il y a les sommets en T. Un **sommet en T** (*T-vertex*) est définie



comme un sommet qui se trouve à la frontière de 2 surfaces mais qui n'existe que pour l'une des 2 surfaces : ils cassent la topologie de la surface en introduisant des arêtes mal connectées. Ce type de sommet est à l'origine de bien des maux, dont le plus classique est le problème de cracking de surfaces jointives en leurs frontières (la jointure des frontières n'est pas effective).

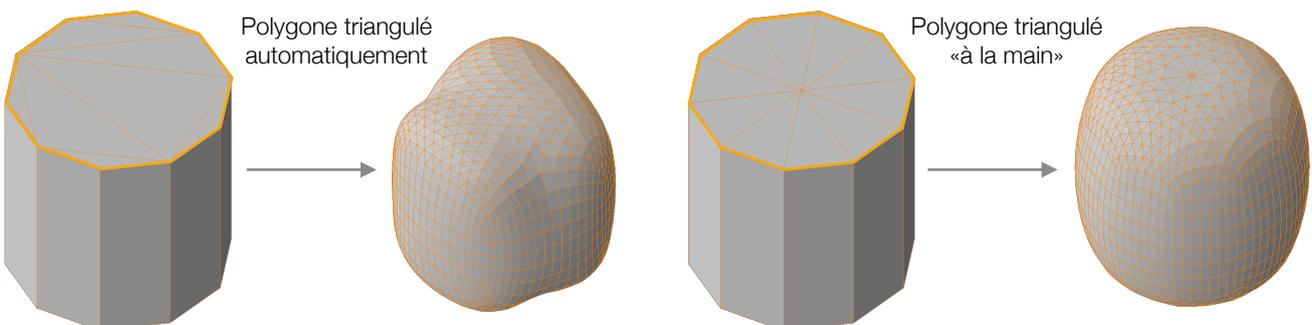
Les fonctions de sculpture de 3DTurbo disposent d'une capacité à limiter la prolifération de sommets en T lors de vos manipulations (en passant par exemple la couronne dans une opération).

2.3. Au delà du triangle et du quadrilatère

Les maillages polygonaux peuvent être constitués de triangles de quadrangles, mais aussi de tout polygone non ré-entrant (c'est à dire dont aucun de ses cotés ne s'intersectent) avec un nombre de cotés supérieurs à quatre.

Pour autant, les algorithmes de subdivision de surfaces ne fonctionnent qu'avec des triangles, des quadrangles, ou une combinaison des deux. Nous avons choisi un algorithme qui permet de mixer triangles et quadrangles. Les polygones de valences supérieures à quatre ne sont pas directement supportés. 3DTurbo autorise l'usage de ces polygones dans vos maillages à destination de la subdivision, en effectuant de manière transparente et invisible pour l'utilisateur, une étape préalable de triangulation.

Mais attention ! Dans tout algorithme de subdivision, tous les sommets exercent une forme de pondération, et ont donc une incidence sur la forme finale des surfaces. Le découpage automatique de vos polygones en triangles, aura nécessairement un impact fort sur la forme lissée finale :



Nous conseillons, lorsque la triangulation automatique ne vous donnera pas le résultat désiré, de re-découper vos polygones par vous mêmes, en respectant les symétries de la forme, quitte à ajouter de nouveaux sommets, ou à sectionner certains cotés.

3. Les subdivisions de surfaces

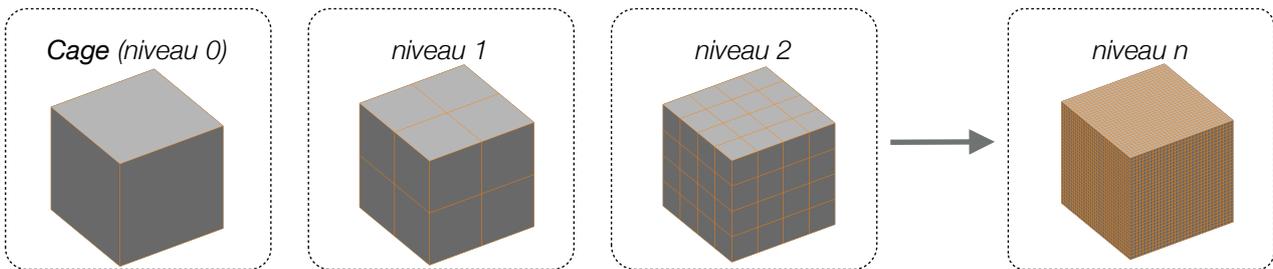
Une surface est obtenue par subdivision et lissage successifs de son maillage. Le processus est automatique, et ne requiert de l'utilisateur que la définition du maillage initial (que nous appelons *cage*).

3.1. La Cage

On appelle **cage** le maillage 2-manifold initial, non subdivisé. C'est lui qui va permettre de définir la courbure initiale des surfaces. C'est l'approximation la plus grossière du résultat final. Il est courant de caractériser le maillage grossier d'une cage comme «low poly».

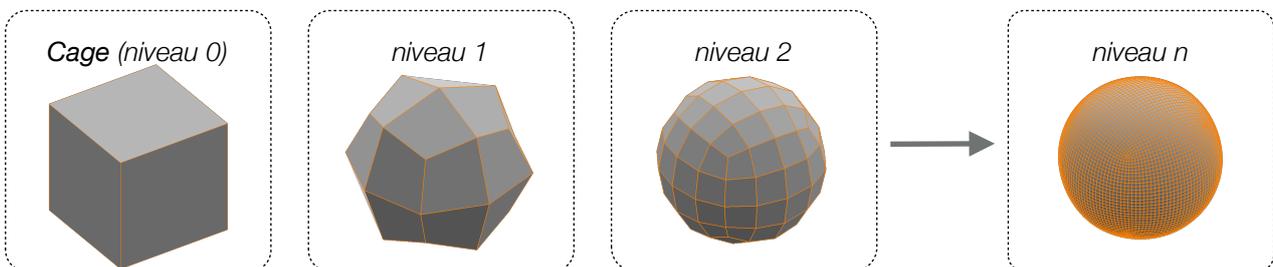
3.2. Subdivision linéaire

Une **subdivision linéaire** est la plus simple des subdivisions. Chaque étape de subdivision, ou **niveau**, produit un maillage, et est obtenue par subdivision médiane du niveau inférieur, et permettra de générer le maillage de niveau supérieur. L'objet reste morphologiquement identique à chaque niveau de subdivision, pour autant, le nombre de facettes qui le composent, augmentent de manière quadratique :



3.3. Subdivision de Stam-Loop

On obtient la surface par subdivision et lissage successifs du maillage. Le modèle que nous avons retenu est celui de **Stam-Loop**, qui permet de mixer harmonieusement quadrilatères et triangles dans le maillage subdivisé.



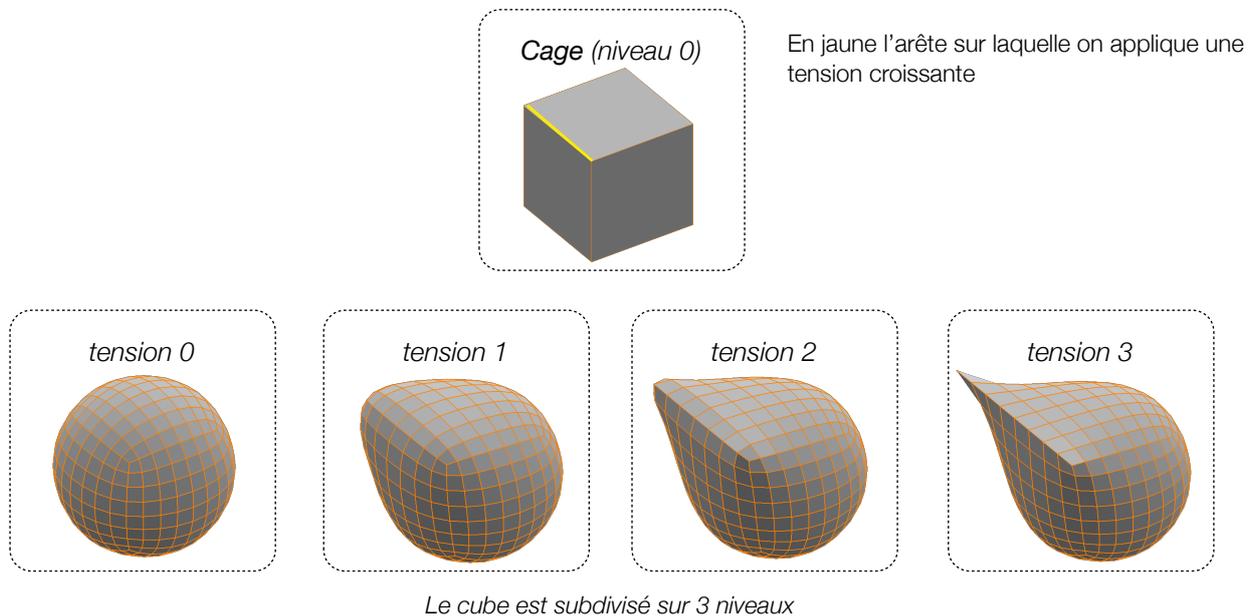
Sans entrer dans le détail, on peut préciser que chaque niveau de subdivision divise un quadrilatère ou un triangle en 4 nouveaux quadrilatères ou triangles. Un lissage est opéré en chaque nouveau sommet, en tenant compte de son voisinage immédiat. Ainsi le niveau n contient grosso modo 4 fois plus de primitives de surfaces élémentaires que le niveau $n-1$.

Il va sans dire, que ce rythme de création de facettes rend la subdivision gourmande en mémoire et en temps de calcul. Il est rare (et inutile) dans la pratique, de produire des niveaux supérieurs à 5 ou 6. Les méthodes de **subdivisions de surfaces adaptatives** permettent de limiter la prolifération de surfaces en ne subdivisant que les primitives qui le requièrent (voir le [chapitre 5](#)).

4. L'angularité (sharpness) des arêtes de la cage

L'angularité (**sharpness**) permet d'appliquer des spécificités particulières à vos surfaces en attribuant une **tension** sur les arêtes du maillage de la cage. La tension sur une arête agit comme un aimant sur la surface finale. Le principe de tension est le suivant : soit t la tension appliquée à une arête :

- si le niveau de subdivision courant n est inférieur ou égal à t , alors on applique une *règle de subdivision tendue* autour de l'arête.
- si le niveau de subdivision courant n est supérieur à t , alors on applique une *règle de subdivision classique* autour de l'arête.

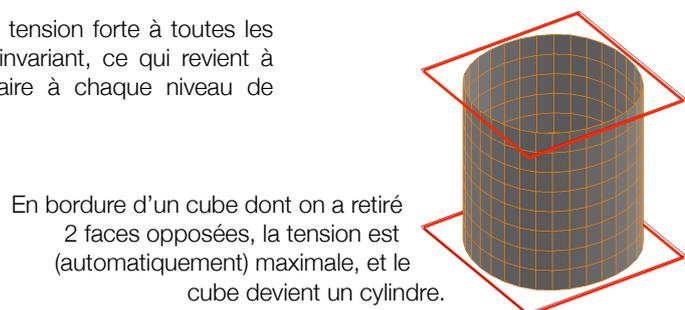
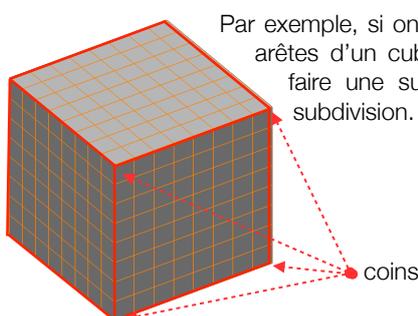


Voici quelques exemples de tensions différentes appliquées à une même arête d'un cube :

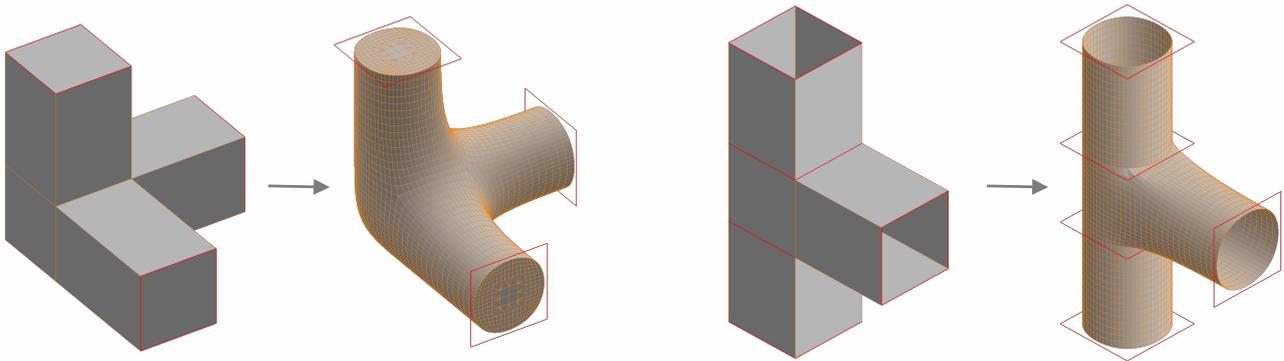
La tension agit comme un retardateur du lissage et un attracteur de la surface. On applique en quelque sorte une simple subdivision linéaire sur les niveaux inférieurs à la tension, et un lissage de Stam-Loop sur les niveaux supérieurs.

Quelques éléments complémentaires :

- toutes les arêtes de bordures (1-manifold), ont toujours une tension maximale (ou infinie).
- lorsqu'une tension t sur une arête est maximale (ou infinie), on y appliquera toujours une règle tendue (cas des bordures).
- lorsqu'un sommet a 3 des arêtes qui l'entourent de tensions supérieures au niveau courant, le sommet est invariant (ses coordonnées spatiales sont inchangées). On parle de «coins».



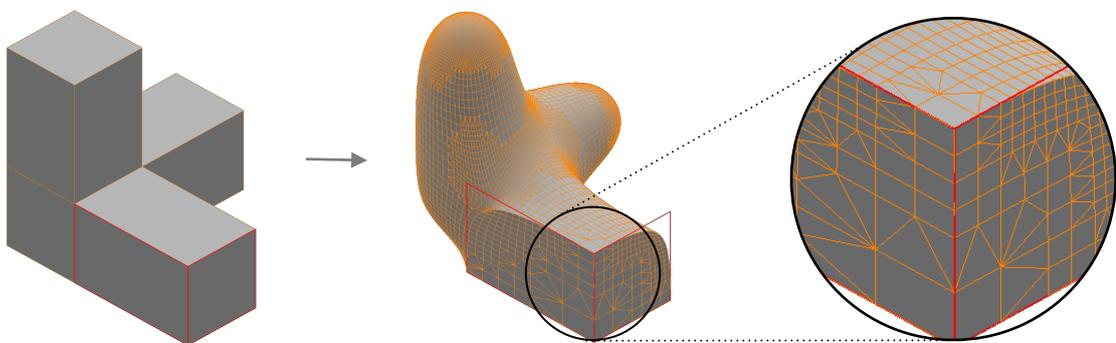
La tension permet d'effectuer simplement et à moindre frais, des opérations complexes de plomberie :-)



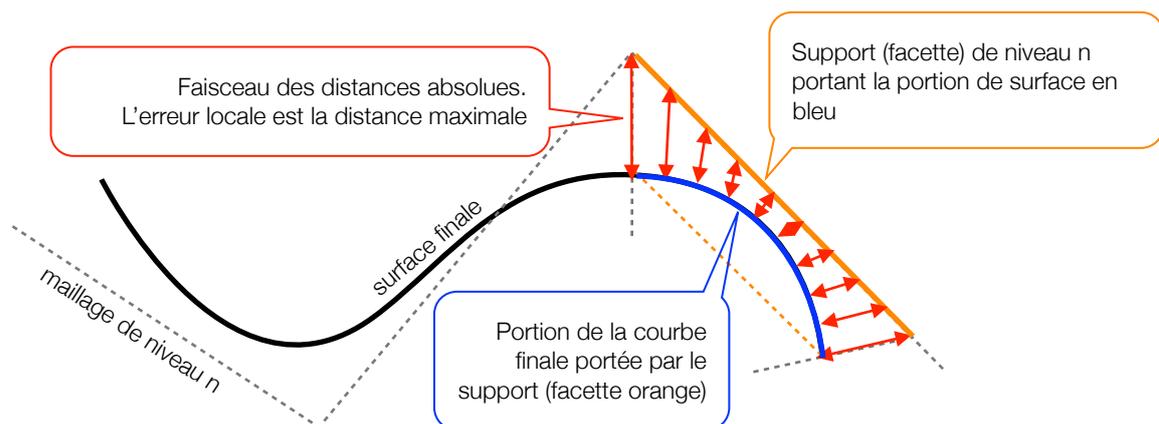
5. subdivisions de surfaces adaptatives

Il est possible d'ajouter un procédé limitant la complexité de la subdivision et de concentrer l'effort de subdivision là où c'est réellement nécessaire. L'utilisateur peut spécifier une tolérance dimensionnelle, déterminant ou non la planéité d'une surface, et dont l'algorithme de **subdivision adaptative** va se servir afin de limiter la subdivision.

Dans l'exemple ci-dessus, on constate que la subdivision est stoppée à un niveau faible dans les zones relativement planes, et que l'algorithme se charge de gérer intelligemment les raccords entre surfaces subdivisées et surfaces invariantes, et donc d'éliminer les sommets en T qui en résulteraient.



Il est important de comprendre la signification de la *tolérance relative* (ou *erreur relative*) que l'utilisateur aura à spécifier. L'*erreur locale absolue* pour une portion de surface est la distance maximale entre les points de cette portion de surface complètement subdivisée, et les points de la portion plane correspondante, qui résulterait de l'arrêt de sa subdivision (son support) :



La version relative de cette erreur locale est l'erreur locale absolue divisée par la mesure de la diagonale de la boîte englobante de la cage. Si pour un niveau quelconque, l'*erreur locale relative* entre une facette support et sa descendance est inférieure à la tolérance relative spécifiée par l'utilisateur, alors on ne subdivise plus la facette. On considère que la planéité de la surface est localement acceptable quand on la remplace par cette facette.

6. Conclusion

En guise de conclusion voici un récapitulatif de quelques éléments fondamentaux à assimiler et à conserver en mémoire lors de vos opérations sur les subdivisions de surfaces :

MODELISATION

Les modifier, c'est modifier la forme globale de vos surfaces :

- les sommets de la cage
- l'organisation de votre réseau de connexions dans le maillage de la cage
- la tension sur les arêtes de la cage

VISUALISATION

Sans incidence sur la forme globale de vos surfaces, mais avec un impact sur le nombre de primitives et la finesse de votre forme :

- le niveau de subdivision
- la tolérance métrique pour la subdivision adaptative

MEMO

- Il est préférable de procéder par une approche « *top-down* », c'est à dire de commencer par définir la forme globale de vos objets avec une cage grossière, et d'affiner progressivement vos modifications en générant des cages de plus en plus fines (par subdivision naturellement)
- les quadrangles ont un pouvoir de représentation supérieur aux triangles. Evitez de trianguler systématiquement vos surfaces.
- la tension est toujours infinie sur les bordures d'une cage.
- la manière dont sont connectés vos sommets dans un polygone a une incidence sur la forme d'un objet.
- pour qu'un sommet reste « immobile » lors de la subdivision, il faut qu'au moins 3 des arêtes qui y sont connectées soient de fortes tensions.

Avec les subdivisions de surfaces, vous disposez désormais d'un puissant outil de modélisation de surfaces courbes. En respectant les quelques contraintes entre-aperçues dans ce document, vous pourrez laisser libre cours à votre imagination.

